Муниципальный этап Российской олимпиады по математике
2018-19 учебного года

10 класс (*Время решения – 4 часа)*

1. Решить уравнение $x+\frac{1}{x-1}=2\sqrt{\frac{x}{x-1}}$.
2. Натуральное число называется простым, если оно делится нацело только на себя и на единицу. Найти все простые числа p, для которых $2p+1$ – точный куб натурального числа.
3. В равностороннем треугольнике ABC на стороне AB выбрана точка F, а на стороне AC – точка K, так, что $BF = AK$. Пусть O – точка пересечения BK и FC. Найти угол KOC.
4. Можно ли в квадрат со стороной 1 см поместить некоторое количество попарно не пересекающихся кругов, сумма диаметров которых больше 1 м?
5. Десять внешне одинаковых монет выложены в ряд. Среди них есть две фальшивые монеты, которые лежат рядом. У Димы есть детектор, который позволяет определить, сколько фальшивых монет содержится в любом данном наборе монет (не обязательно лежащих рядом). Покажите, что Дима сможет обнаружить все фальшивые монеты, использовав детектор только два раза.

Муниципальный этап Российской олимпиады по математике
2018-19 учебного года

10 класс (*Время решения – 4 часа)*

1. Решить уравнение $x+\frac{1}{x-1}=2\sqrt{\frac{x}{x-1}}$.
2. Натуральное число называется простым, если оно делится нацело только на себя и на единицу. Найти все простые числа p, для которых $2p+1$ – точный куб натурального числа.
3. В равностороннем треугольнике ABC на стороне AB выбрана точка F, а на стороне AC – точка K, так, что $BF = AK$. Пусть O – точка пересечения BK и FC. Найти угол KOC.
4. Можно ли в квадрат со стороной 1 см поместить некоторое количество попарно не пересекающихся кругов, сумма диаметров которых больше 1 м?
5. Десять внешне одинаковых монет выложены в ряд. Среди них есть две фальшивые монеты, которые лежат рядом. У Димы есть детектор, который позволяет определить, сколько фальшивых монет содержится в любом данном наборе монет (не обязательно лежащих рядом). Покажите, что Дима сможет обнаружить все фальшивые монеты, использовав детектор только два раза.