9 класс *(Время решения – 4 часа)*

1. На окружности расставлены четыре действительных числа, сумма которых равна нулю. Для каждой пары соседних чисел нашли их произведение и полученные четыре числа просуммировали. Может ли полученная сумма быть положительной?

2. Железнодорожная линия длинной 56 километров разделена на десять участков подряд идущими станциями $A_1, A_2, \ldots, A_{11}$. Суммарная длина любых двух последовательных участков не больше 12 км, и суммарная длина любых трёх последовательных участков не меньше 17 км. Найдите все возможные значения длины линии между A_2 и A_7.

3. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ нашлась такая точка N, что $AB = BN$. На отрезке AN нашлась такая точка T, что $\angle ATD = 90^\circ$ и $AT = TN + ND$. Докажите, что $\angle BAN = \angle NDC$.

4. Найдите все простые числа p, для которых число $2^p + p^2$ также будет простым.

5. Каждую клетку клетчатого квадрата 100×100 можно покрасить либо в синий, либо в белый цвет. Назовём раскраску чётной, если в каждом клетчатом квадрате 2×2 чётное количество синих клеток. Назовём раскраску нечётной, если в каждом клетчатом квадрате 2×2 нечётное количество синих клеток. Докажите, что чётных раскрасок столько же, сколько нечётных. (Раскраски различны, если отличаются цветом хотя бы одной клетки. Так, например, раскраска с ровно одной синей клеткой в правом верхнем углу отлична от раскраски с ровно одной синей клеткой в правом нижнем углу.)

Муниципальный этап Российской олимпиады по математике
2018-19 учебного года

9 класс *(Время решения – 4 часа)*

1. На окружности расставлены четыре действительных числа, сумма которых равна нулю. Для каждой пары соседних чисел нашли их произведение и полученные четыре числа просуммировали. Может ли полученная сумма быть положительной?

2. Железнодорожная линия длинной 56 километров разделена на десять участков подряд идущими станциями $A_1, A_2, \ldots, A_{11}$. Суммарная длина любых двух последовательных участков не больше 12 км, и суммарная длина любых трёх последовательных участков не меньше 17 км. Найдите все возможные значения длины линии между A_2 и A_7.

3. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ нашлась такая точка N, что $AB = BN$. На отрезке AN нашлась такая точка T, что $\angle ATD = 90^\circ$ и $AT = TN + ND$. Докажите, что $\angle BAN = \angle NDC$.

4. Найдите все простые числа p, для которых число $2^p + p^2$ также будет простым.

5. Каждую клетку клетчатого квадрата 100×100 можно покрасить либо в синий, либо в белый цвет. Назовём раскраску чётной, если в каждом клетчатом квадрате 2×2 чётное количество синих клеток. Назовём раскраску нечётной, если в каждом клетчатом квадрате 2×2 нечётное количество синих клеток. Докажите, что чётных раскрасок столько же, сколько нечётных. (Раскраски различны, если отличаются цветом хотя бы одной клетки. Так, например, раскраска с ровно одной синей клеткой в правом верхнем углу отлична от раскраски с ровно одной синей клеткой в правом нижнем углу.)