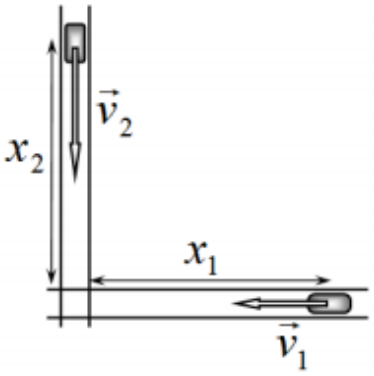
Всероссийская олимпиада школьников по физике. Муниципальный этап
Возможные решения
9 класс

Задача 1. Задача на движение

В некоторый момент времени автомобили, находящиеся на расстояниях x_1 и x_2 от перекрестка, приближаются к нему с постоянными, но разными по величине, скоростями v_1 и v_2. Выразите формулу для нахождения минимального расстояния между автомобилями в процессе их движения? Первый автомобиль движется с постоянной скоростью v_1 = 70 км/ч и находится от перекрестка на расстоянии x_1 = 500 м. Второй автомобиль движется с постоянной скоростью v_2 = 90 км/ч.



На каком расстоянии x_2 от перекрестка второй автомобиль, при условии, что минимальное расстояние между автомобилями не должно превышать $l = 10$ м, чтобы оба автомобиля могли безопасно проехать перекресток без ускорений и замедлений? (**10 баллов**).

Возможное решение:

Расстояние между автомобилями зависит от времени по закону (по теореме Пифагора):

$$S = \sqrt{(x_1 - v_1 t)^2 + (x_2 - v_2 t)^2}\,. \qquad (1)$$

Подкоренное выражение является квадратным трехчленом относительно времени t. Проводя стандартные алгебраические преобразования, приводящие его к традиционному виду, находим, что он достигает минимального значения (координата вершины параболы) в момент времени:

$$t_{\min} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2}{v_1^2 + v_2^2}\,. \qquad (2)$$

Подставив это выражение в формулу (1) , получим формулу нахождения минимального расстояния между автомобилями:

$$S_{\min} = \frac{|x_1 v_2 - x_2 v_1|}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}\,. \qquad (3)$$

Для определения возможного начального положения второго автомобиля необходимо решить неравенство $S_{\min} \geq l$ (по условию):

$$\frac{|x_1 v_2 - x_2 v_1|}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \geq l\,. \qquad (4)$$

Численно данное неравенство (4) имеет вид:

$$\frac{|500 \cdot 90 - x_2 \cdot 70|}{\sqrt{90^2 + 70^2}} \geq 10\,. \qquad (5)$$

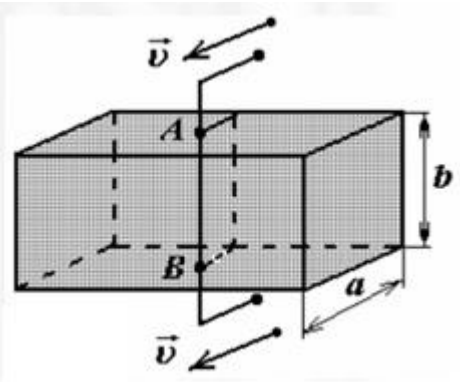
Решение неравенства (5) удовлетворяет следующим целочисленным значениям x_2:

$x_2 \le 659$ м, либо $x_2 \ge 626$ м. (6)

Критерии оценивания:

1 балл – получено выражение (1)
3 балла – получено выражение (2)
3 балла – получено выражение (3)
2 балла – получено выражение (4)
1 балл – правильно получены интервалы значений x_2 (6)

Задача 2. Плавление льда



Ледяной блок медленно «распиливается» перпендикулярно длинной стороне с помощью теплового ножа в виде стального вертикального стержня радиуса $r = 1.0$ мм. Концы стержня подключены проводами к источнику постоянного напряжения $U = 5$ В. Сколько потребуется времени t и с какой скоростью v требуется двигать стержень, чтобы распилить ледяной блок размерами $a \times b = 1.0$ м×0.50 м.

Длина стержня равна высоте бруса. Количество теплоты, выделяемое в системе, идет только на плавление льда. Лед находится при температуре плавления. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ Дж/кг, плотность льда $\rho = 9.2 \cdot 10^2$ кг/м^3, удельное сопротивление стали $\rho_{уд} = 9.8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м (**10 баллов**).

Возможное решение:

Разрезание блока представляет собой процесс плавления той области образца, где проходит нож. Следовательно, необходимо расплавить слой льда массой:

$$m = \rho V = \rho ab2r \qquad (1)$$

Для этого потребуется количество теплоты:

$$Q = \lambda m = 2\lambda \rho abr, \qquad (2)$$

которое должно выделится на резисторе сопротивлением:

$$R = \frac{\rho_{уд} l}{S} = \frac{\rho_{уд} b}{\pi r^2}, \qquad (3)$$

С учетом закона Джоуля-Ленца и (1 – 3) можем записать:

$$\frac{U^2}{R} t = \lambda m, \qquad (4)$$

$$\frac{U^2\pi r^2}{\rho_{уд} b} t = 2\lambda\rho abr, \qquad (5)$$

Из (5) находим искомое время:

$$t = \frac{2\lambda\rho\rho_{уд} ab^2}{U^2\pi r} = 190 \text{ с}, \qquad (6)$$

Соответственно, нож проходит расстояние $S = a$ и для скорости движения ножа с учётом (6) получаем:

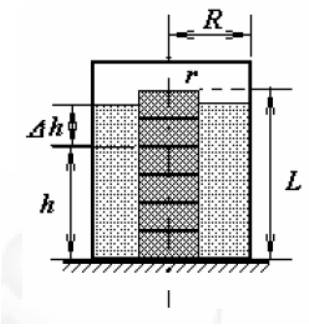
$$\upsilon = \frac{S}{t} = \frac{a}{t} = \frac{U^2\pi r}{2\lambda\rho\rho_{уд} b^2} = 5.3\cdot 10^{-3} \text{ м/с}, \qquad (7)$$

Из анализа (7) видно, что при заданных параметрах системы скорость движения ножа относительно бруса является постоянной величиной и не зависит от толщины a бруса.

Критерии оценивания:
1 балл – определена m льда (1)
1 балл – определено количество теплоты (2)
1 балл – определено сопротивление стержня (3)
2 балла – получено выражение (5)
1 балл – получено выражение (6)
1 балл – правильно получен числовой ответ
2 балла – получено выражение (7)
1 балл – правильно получен числовой ответ

Задача 3. Пирамида

Цилиндрический сосуд радиусом R наполняют жидкостью до некоторого уровня h. После этого в сосуд поочередно друг на друга опускают однородные шайбы радиуса r и высоты l. При этом $r < R$, $l < h$, а плотность шайб ρ_c меньше плотности жидкости ρ. Какое количество шайб необходимо, чтобы нижняя шайба коснулась дна? Считать, что жидкость не выливается из сосуда, а пирамида из шайб не опрокидывается (**10 баллов**).



Возможное решение:

Пусть высота всей пирамиды, которая коснулась дна, равна L. Запишем условие плавания тел: $(h + \Delta h)\rho = L\rho_C$ (1)

Из условия несжимаемости жидкости следует, что

$$\pi r^2 h = \pi\left(R^2 - r^2\right)\Delta h \qquad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что

$$L = \frac{R^2}{R^2 - r^2}\frac{\rho}{\rho_C}h \qquad (3)$$

Тогда число цилиндров в колонне

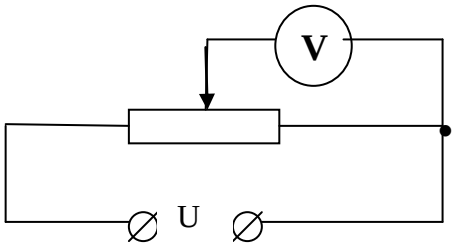
$$N = L / l \qquad (4)$$

Если L нацело делится на l, то это и будет ответом. Если в результате деления будет получено дробное число, то ответом будет следующее утверждение: число цилиндров равно целой части числа $\frac{R^2 \rho h}{\left(R^2 - r^2\right)\rho_C l}$ плюс еще один

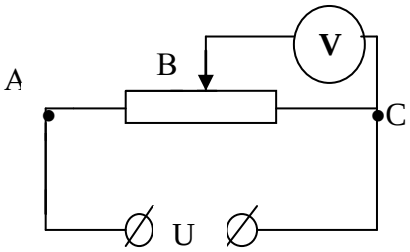
Критерии оценивания:
2 балла – правильно записано условие плавания (1)
2 балла – правильно записано условие несжимаемости (2)
4 балла – получено выражение для вычисления количества цилиндров в колонне (4 и 3)
2 балла – проанализирован ответ

Задача 4. Потенциометр.

К потенциометру (реостату, подключенному как на рисунке) сопротивлением 4000 Ом, приложено напряжение 110 В. Между одной из клемм реостата и движком включен вольтметр сопротивлением 10 000 Ом. Что покажет вольтметр, если движок стоит посередине потенциометра? **(10 баллов)**



Возможное решение:



1. Сопротивление участка цепи AB $R_1 = R_П/2$, т.е. равно половине сопротивления потенциометра. Сопротивление участка BC:

$$R_2 = \frac{R_П R_B}{R_П + 2R_B}, \; R_B \text{ - сопротивление вольтметра.}$$

2. Общее сопротивление цепи (участка AC)

$$R = \frac{R_П(R_П + 4R_B)}{2(R_П + 2R_B)}$$

3.Из закона Ома для участков цепи следует:

$$\frac{U}{U_{BC}} = \frac{R}{R_2},$$

4. Отсюда $U_{BC} = U\dfrac{R_2}{R} = \dfrac{2R_B}{R_П + 4R_B}U$.

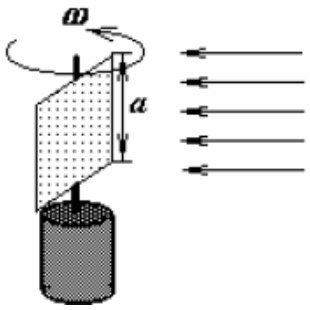
Подстановка численных значений величин дает:

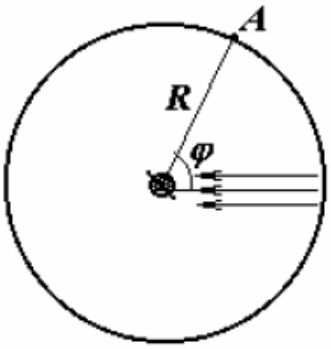
$U_{BC} = 50В$. **)**

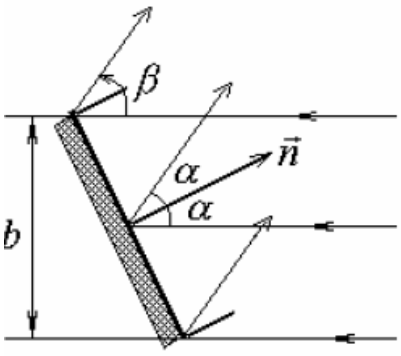
Критерии оценивания:
2 балла – найдено сопротивление участка *BC*
2 балла – найдено сопротивление участка *AC*
2 балла – пункт 3
2 балла – получено выражение для напряжения на участке *BC*
2 балла – получен численный ответ

Задача 5. Вращающееся зеркало

Квадратное зеркало со стороной *a*, симметрично закрепленное на валу электродвигателя, вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. Двигатель с зеркалом установлен в центре круглой комнаты радиусом R ($R \gg a$) и полностью освещен параллельным пучком света. При этом на стене комнаты, на пути отраженного света от зеркала, в точке *A* установлен точечный фотоприемник. Угол φ образован направлением падающего света и направлением отраженного света в точку *A*. В течение какого времени фотоприемник регистрирует световой импульс? (**10 баллов**).







Возможное решение:
Пусть нормаль к зеркалу $\vec{n}$ образует угол α с направлением падающего света. Тогда отраженный пучок будет распространяться под углом к падающему световому пучку:

$\beta = 2\alpha$. (1)

Это означает, что если зеркало за время Δt повернется на некоторый угол, то отраженный луч (следовательно, и «зайчик») повернется на удвоенный угол, то есть угловая скорость поворота «зайчика» в два раза больше угловой скорости вращения зеркала:

$\omega_1 = 2\omega$. (2)

Ширину отраженного пучка легко определить из рисунка как проекцию: (3)

$b = a\cos\alpha$.

Такой же будет и ширина «зайчика» (пучка) на стенке, где установлен фотоприемник. Учтем, что при попадании пучка на фотоприемник $\beta = \varphi$. Тогда время прохождения зайчика по фотоприемнику равно: $\tau = \dfrac{b}{V} = \dfrac{a\cos\alpha}{\omega_1 R} = \dfrac{a\cos\dfrac{\varphi}{2}}{2\omega R}$. (4)

Этот результат получен в приближении малости размеров зеркала по сравнению с размерами комнаты, что позволяет не учитывать небольшую разбежку в углах ориентации зеркальца, в моменты, когда передний и задний фронт отраженного пучка пересекают фотоприемник.

Критерии оценивания:

2 балл – получена величина угла отраженного от зеркала пучка (1)

2 балла – определена угловая скорость светового пучка (2)

2 балла – получена формула (3)

4 балла – получено правильное выражение для вычисления времени τ (4)